

**Моделирование и синтез целочисленных
рекурсивных фильтров с линейной фазой**

© 2012 г. *Е.В. Кованова*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
tathagata@bk.ru

Рассмотрена целочисленная модель фильтра, сформирован целевой функционал в виде аддитивной свертки. Приводится постановка и решение задачи многофункционального синтеза корректирующего ЦНП-фильтра. Приводятся экспериментальные данные влияния требований по фазе на селективную способность фильтра.

Ключевые слова: цифровой ЦНП-фильтр, многофункциональный синтез, целочисленное нелинейное программирование, микропроцессорный контроллер, целевая функция.

Цифровая фильтрация является одним из наиболее мощных инструментальных средств цифровой обработки сигналов. Являясь устройствами частотной селекции входного сигнала, цифровые фильтры обычно разрабатываются на основе требований к их частотным характеристикам.

Современные требования к функционированию цифровых фильтров в частотной области, определяющей селективные свойства фильтра, следующие [1,2]:

1. Требуемые АЧХ, ФЧХ, характеристики групповой и фазовой задержки;
2. Произвольные формы ЧХ. Линейность частотной шкалы.
3. Целочисленное проектное решение;
4. Минимальная стоимость и энергопотребление ЦФ.

Синтез цифровых фильтров по совокупности требуемых характеристик, возможен в настоящее время только на основе численных методов нелинейного программирования (НМП). Общая идея НМП состоит в привязке решения любой задачи к экстремуму функции качества (цели) $F(X)$. Для решения такой задачи разработана компьютерная программа анализа и синтеза цифрового фильтра.

Что касается реализации, то наиболее выгодной является последовательная форма построения в виде каскадного включения звеньев второго порядка. Частотная передаточная функция для рекурсивного фильтра, состоящего из каскадного соединения m -звеньев второго порядка, имеет следующий вид [1,2]:

$$H(z) = \prod_{i=1}^m \frac{b_{0i} + b_{1i}z^{-1} + b_{2i}z^{-2}}{a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2}} \quad (1)$$

коэффициенты – целочисленные, а их интервал изменения определяется разрядностью используемого микропроцессора. Расчёт отклика звена фильтра:

$$y_n = (b_0 x_n + b_1 x_{n-1} + b_2 x_{n-2} - a_1 y_{n-1} - a_2 y_{n-2}) / a_0 \quad (2)$$

На рис. 1 приведена типичная структура звена рекурсивного ЦНП-фильтра, соответствующая уравнению (2).

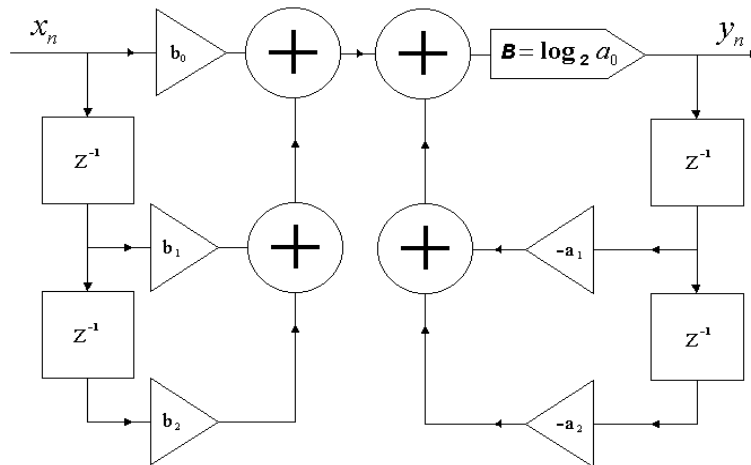


Рис. 1. Структура звена рекурсивного ЦНП-фильтра

Таким образом, представленная модель может быть успешно использована для синтеза цифровых фильтров с более широким набором задаваемых характеристик фильтра по сравнению с классическим методом расчета.

Как известно, к любым электрическим фильтрам предъявляются требования:

- 1) Селекция полезного сигнала в заданной спектральной полосе.
- 2) Не искажение полезного сигнала в полосе пропускания фильтра.
- 3) Устойчивость и физическая реализуемость рекурсивного ЦФ.
- 4) Реализация фильтра на цифровой платформе с ограниченной разрядностью.

Наибольшей селекцией обладают рекурсивные БИХ фильтры, также их плюсом является быстроедействие, а минусом, отмечаемым в классической литературе, являются большие фазовые искажения.

Применяемые на практике в настоящее время методы синтеза (напр. метод билинейного преобразования), имеют неустранимые погрешности в виде значительных амплитудных и фазовых искажений. Кроме того, у них не предусмотрена возможность компенсации погрешности цифрового тракта. В данной статье предлагается способ уменьшения влияния неидеальностей реальных цифровых трактов методом целочисленного нелинейного программирования. Для этого используем три программных модуля: программа синтеза, среда программирования МК и панорамный измеритель характеристик ЦФ.

С помощью программы анализа и синтеза цифрового фильтра формируется целевой функционал в виде аддитивной свертки, формируемый из частотных целевых функций, определяющих ту или иную характеристику фильтра:

$$F(\mathbf{IX}) = \sum_i \beta_i \cdot f_i(\mathbf{IX}) \quad (3)$$

Задавая одновременно требования по ФЧХ, фазовой и групповой задержкам, мы задаём очень жесткие требования, которые зачастую сложно осуществить на практике с требуемой точностью, в то время, как для большинства задач достаточным требованием является только линейность фазы. Поэтому можем переписать свертку (3) в виде:

$$F(\mathbf{IX}) = \alpha \cdot f_{AЧХ}(\mathbf{IX}) + \beta \cdot f_{ФЧХ}(\mathbf{IX}) \quad (4)$$

В данном случае, АЧХ фильтра определялась данной среднеквадратичной ошибкой (5), а ФЧХ определялась минимальным критерием (6):

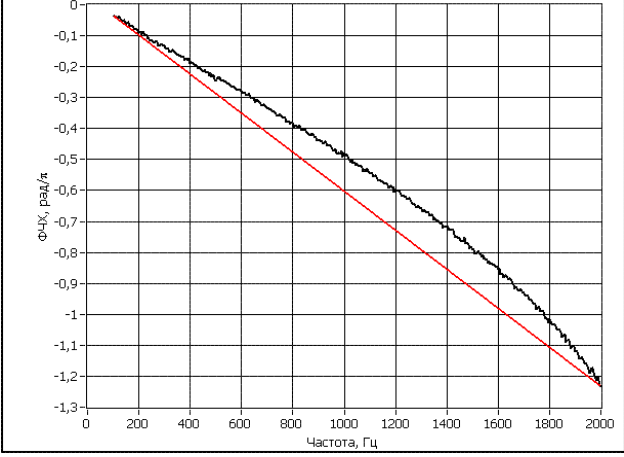
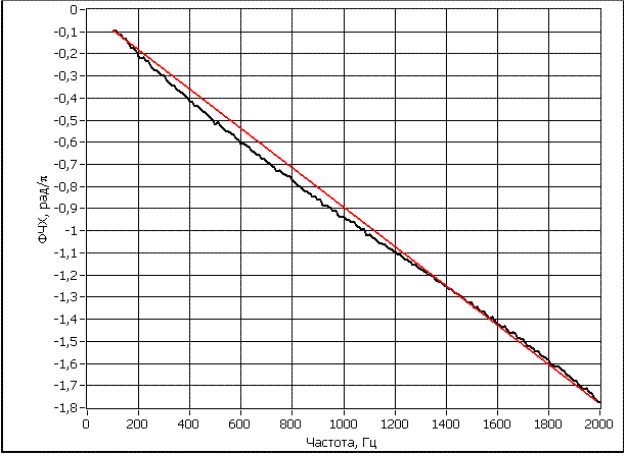
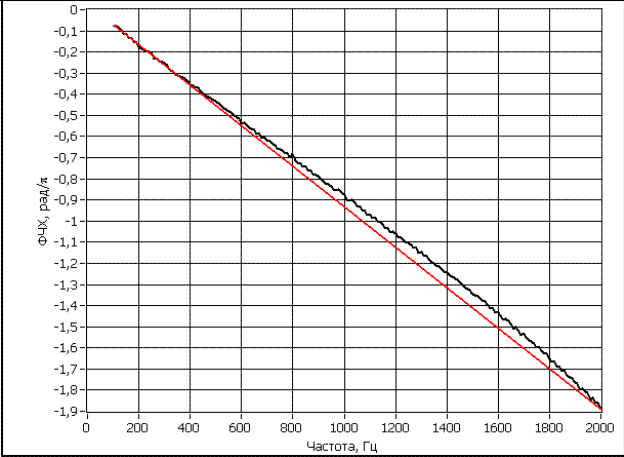
$$f_i(\mathbf{IX}) = \frac{1}{p} \cdot \sum_{n=1}^p \left[\frac{Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T}{Y_n^T} \right]^2 \quad (5)$$

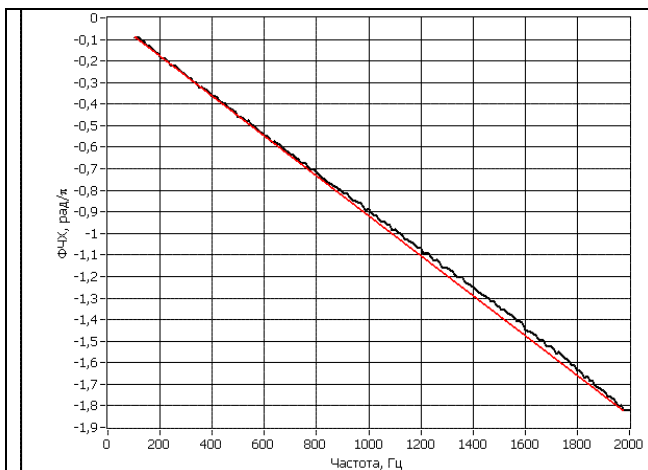
$$f_i(\mathbf{IX}) = \max\{|Y_n(\mathbf{IX}) - Y_n^T|^2\} \quad (6)$$

Так же было найдено эффективное решение задачи ЦНП-фильтра и сформирован файл результата решения текущей задачи с найденными коэффициентами ЦФ. Реализация синтезированного ЦНП-фильтра сводится к программированию микроконтроллера т.е. занесению в ПЗУ найденных целочисленных коэффициентов фильтра и программы их обработки – расчёта выходного отклика фильтра по его линейно-разностному уравнению (2). Т.о., найденные целочисленные коэффициенты заносятся в соответствующий раздел программы расчета фильтра и затем, при отсутствии ошибок компилятора, компоновщика и линкера, полученный исполняемый код загружается в память МК.

Для исследования влияния требований по фазе на селективную способность фильтра, будем увеличивать вес ФЧХ (β) в свертке (4) при фиксированном весе АЧХ ($\alpha = 0,5$). В таблице 1 приведены графики ФЧХ, снятые с помощью автоматизированной панорамной измерительной системы. Черным отмечена реальная снятая характеристика, а красным – идеальная прямая характеристика.

Таблица 1

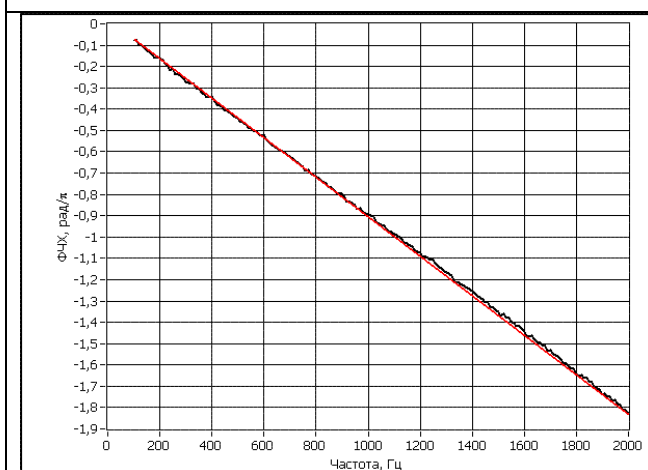
	<p>$\beta=0$.</p> <p>Максимальные фазовые искажения в полосе пропускания $\Delta\varphi = 27^\circ$, при этом СКО=8.46e-6 очень мала.</p>
	<p>$\beta=0.001$.</p> <p>При малом увеличении веса, максимальные фазовые искажения в полосе пропускания заметно уменьшились $\Delta\varphi = 14,4^\circ$, однако СКО=2.31e-5 увеличилась на порядок.</p>
	<p>$\beta=0.01$</p> <p>Наблюдается дальнейшее уменьшение фазовых искажений $\Delta\varphi = 12.6^\circ$ и увеличения СКО=4.38e-5</p>



$$\beta=0.1$$

Максимальные фазовые искажения

$$\Delta\varphi=7.2^\circ, \text{ а СКО}=4.5e-5$$



$$\beta=10$$

Фильтр имеет практически линейную фазу – фазовые отклонения в полосе $\Delta\varphi=3.6^\circ$, а

СКО=3.75e-4 резко возросли.

Из приведенных экспериментальных измерений видно, что невозможно изменить фазовую характеристику, не изменив при этом амплитудную характеристику, что являлось очевидным признаком минимальной фазовости рекурсивного ЦНП-фильтра, когда АЧХ и ФЧХ связаны между собой преобразованием Гильберта.

Список литературы

1. Бугров В.Н. Проектирование цифровых фильтров методами целочисленного нелинейного программирования. // Вестник ННГУ, 2009.
2. Бугров В.Н., Лупов С.Ю., Земнюков Н.Е., Корокозов М.Н. Дискретный синтез цифровых рекурсивных фильтров. // Вестник ННГУ, 2009, № 2. с. 76–82.