

**Моделирование поведения тканых композитов
в условиях одноосного статического нагружения**

© 2012г. Н. Н. Берендеев, Д. А. Кожанов

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
pbk996@mail.ru

Предлагается вариант построения структурной модели, позволяющей описывать полную диаграмму деформирования тканых композитов в условиях одноосного растяжения с учётом поведения материала и возможными исходными повреждениями, вводимыми геометрическими параметрами образца.

Ключевые слова: композиционный материал, тканый композит, структурный элемент, одноосное растяжение, повреждения, упругие и пластические деформации.

Комбинирование различных веществ остается сегодня одним из основных способов создания новых материалов. Композиционный материал (композит, КМ) — неоднородный сплошной материал, состоящий из двух или более компонентов, среди которых можно выделить армирующие элементы, обеспечивающие необходимые механические характеристики материала, и матрицу (или связующее), обеспечивающую совместную работу армирующих элементов [1; 2].

В данной работе рассматриваются тканые композиционные материалы. Это материалы с армирующим элементом, которым является ткань холщового плетения из трощеного жгута и матрицей (наполнителем) - винилом. Такие материалы используются при изготовлении, например, скеггов для судов на воздушной подушке. Для данных конструкций характерно, что в процессе эксплуатации они могут испытывать ударные воздействия в локальной области. Например, для судов на воздушной подушке это может быть наезд на препятствие.

Структурная модель поведения тканного композита.

Основной вклад в жесткость тканых композитов вносят армирующие элементы. Рассмотрим расположение армирующих элементов в образце исследуемых материалов. На рис.1 изображена схема полотняного плетения тканых композитов.

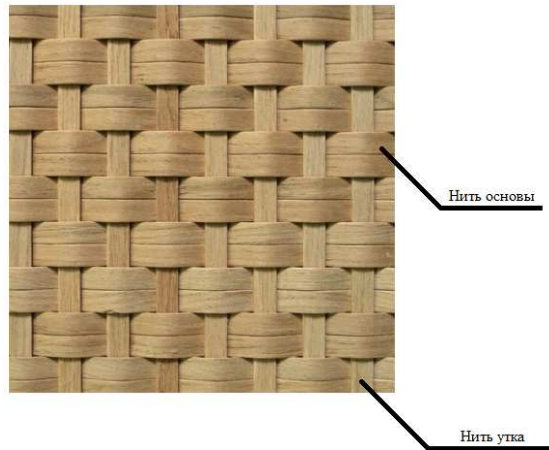


Рис.1. Полотняное плетение

В условиях статического одноосного растяжения вдоль нитей основы выделим структурный элемент [3]. Это элемент, который периодически повторяется в структуре рассматриваемого материала. Упростим его геометрию и будем рассматривать в виде набора прямолинейных участков.

Приложим с правого конца силу F , а с левый конец жестко закрепим. На рис.2 изображен структурный элемент, схема приложения сил и условия закрепления.

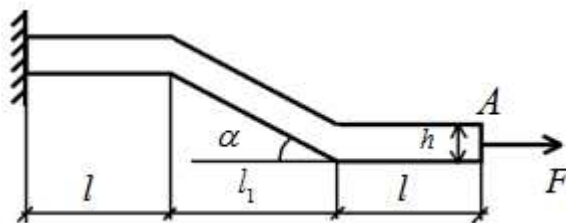


Рис.2. Структурный элемент

Определим горизонтальное перемещение точки A , так как нас интересует деформирование элементов конструкции из рассматриваемого материала, не приводящее к выходу из плоскости. Для этого воспользуемся теоремой Кастельяно [4]:

$$q_i = \frac{\partial U}{\partial Q_i}, \quad (1)$$

где U – внутренняя энергия, накопленная в структурном элементе.

Для нахождения внутренней энергии разобьем наш структурный элемент на несколько участков. На рис. 3 изображен структурный элемент разбитый на такие участки, в зависимости от того как будет каждый из них работать.

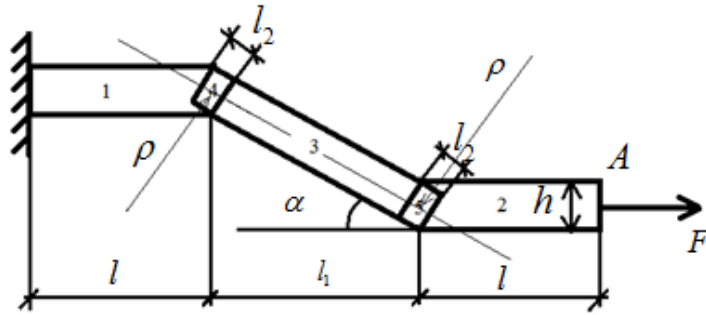


Рис.3. Участки на структурном элементе.

Полученный структурный элемент можно рассматривать как стержень с прямоугольным сечением, так как направление действия силы совпадает с направлением армирующих элементов в нити. ρ - радиус кривизны на 4-ом и 5-ом участках и в неповрежденном образце равен ∞ . Предположим, что первый и второй участок будет работать только на растяжение. Третий участок будет работать на сдвиг, а четвертый и пятый на изгиб. Причём на 4-ом и 5-ом участках, кроме упругих, возникают пластические деформации. Таким образом, внутреннюю энергию, накопленную в стержне, можно найти как сумму энергий упругих и пластических деформаций:

$$U^1 = U_{уп}^1 + U_{пласт}^1, \quad (2)$$

Внутренняя энергия, накопленная на участках структурного элемента, запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(U_{уп}^1 \right)_1 = \left(U_{уп}^1 \right)_2 &= \int_0^l \frac{N^2 dz}{2EA} = \frac{F^2 l}{2EA} & \left(U_{уп}^1 \right)_3 &= \int_0^{l_1} k \frac{Q^2 dz}{2GA} = \frac{6 F^2 l_1 \sin^2 \alpha}{5 \cdot 2GA} \\ \left(U_{уп}^1 \right)_4 = \left(U_{уп}^1 \right)_5 &= \int_0^{l_2} \frac{M^2 dz}{2EI} = \frac{F^2 l_2 \sin \alpha}{6EI} \end{aligned} \quad (3)$$

Для нахождения $U_{пласт}^1$ воспользуемся линейной теорией течения с кинематическим упрочнением [4]:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_t \\ \sigma_t + E_t(\varepsilon - \varepsilon_t), & \varepsilon > \varepsilon_t \end{cases}, \quad (4)$$

где E - модуль упругости на упругом участке диаграммы деформирования, E_t - модуль упругости на пластическом участке диаграммы деформирования, σ_t - предел текучести, $\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E}$ - максимальные упругие деформации.

Отсюда получаем выражение для пластических деформаций ε_p :

$$\varepsilon_p = \frac{E - E_t}{EE_t} (\sigma - \sigma_t). \quad (5)$$

Тогда удельная внутренняя энергия деформаций, накопленная до разрушения

материала:

$$W = (\sigma^2 - \sigma_t^2) \frac{E - E_t}{2EE_t}.$$

Внутренняя энергия, накопленная в стержне от пластических деформаций, находится как:

$$(U_{\text{пласт}}^1)_1 = (U_{\text{пласт}}^1)_2 = 2 \int_0^{l_2} \int_0^b \int_{\eta_0}^{h/2} W dW, \quad (7)$$

где η_0 - граница между зонами упругого и пластического деформирования.

$$U_{\text{пласт}}^1 = \frac{bl_2h(E - E_t)}{EE_t} (\sigma^2 - \sigma_t^2) \left[1 - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right]. \quad (8)$$

Таким образом, внутренняя энергия, накопленная в стержне:

$$U^1 = \begin{cases} U_{\text{упр}}^1, \sigma \leq \sigma_t \\ U_{\text{упр}}^1 + U_{\text{пласт}}^1, \sigma > \sigma_t \end{cases} \quad (9)$$

Применяя теорему Кастельяно[2]:

$$\frac{\partial U_{\text{упр}}^1}{\partial F} = \frac{2F}{E} \left[\frac{l}{A} + \frac{6l_1(1+\nu)\sin\alpha}{5A} + \frac{l_2^3 \sin\alpha}{3I} \right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial U_{\text{пласт}}^1}{\partial F} = \frac{bl_2h(E - E_t)}{EE_t} \left\{ 2\sigma \left(1 - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right) + (\sigma^2 - \sigma_t^2) \left[\frac{\sigma_t E_t E}{A(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))^2} \right] \right\} \quad (11)$$

Горизонтальное перемещение точки А запишется как:

$$\Delta_A = \begin{cases} \frac{\partial U_{\text{упр}}^1}{\partial F}, \sigma \leq \sigma_t \\ \frac{\partial U_{\text{упр}}^1}{\partial F} + \frac{\partial U_{\text{пласт}}^1}{\partial F}, \sigma > \sigma_t \end{cases} \quad (12)$$

Учёт влияния повреждений

Введём предположение, что остаточные деформации, которые возникают после предварительного ударного нагружения, связаны с изменением радиуса кривизны на 4-ом и 5-ом участках. В упругой области деформации, вносимые повреждением, запишутся как $\varepsilon_0 = \frac{h}{\rho_0}$. В пластической области диаграммы деформирования учёт влияния повреждений

можно записать следующим образом:

$$\eta_0 = \varepsilon_0 (\rho \pm \rho_0) = \frac{\sigma_t E_t \rho_0}{2(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))} \pm \frac{\sigma_t}{E} \rho_0. \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial U_{\text{пласт}}^1}{\partial F} \right)_{\text{повр}} = \frac{bl_2h(E - E_t)}{EE_t} \left\{ 2\sigma \left(1 \pm \frac{\sigma_t \rho_0}{E h} - \frac{\sigma_t E_t}{\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t)} \right) + (\sigma^2 - \sigma_t^2) \left[\frac{\sigma_t E_t E}{A(\sigma_t E_t + E(\sigma - \sigma_t))^2} \right] \right\} \quad (14)$$

Результаты сравнения построенной модели с результатами эксперимента

Параметр	Эксперимент МПа	Теория МПа	Среднее квадратичное отклонение, МПа	Коэффициент вариации, %	Погрешность %
Сравнение для неповрежденных образцов					
$tg\alpha_1$	687.5	775.9	44.2	6.04	12.86
$tg\alpha_2$	305.5	281.9	11.8	4.01	7.73
$tg\alpha_3$	687.5	565.1	61.2	9.77	17.8
Сравнение для образцов с предварительным нагружением эквивалентным 300 гр.					
$tg\alpha_1$	680.6	760.9	40.15	5.57	11.8
$tg\alpha_2$	275	221.9	26.55	10.69	19.3
$tg\alpha_3$	687.5	570.7	58.4	9.28	17
Сравнение для образцов с предварительным нагружением эквивалентным 550 гр.					
$tg\alpha_1$	675.5	730.6	27.55	3.91	8.16
$tg\alpha_2$	250	204	23	10.13	18.4
$tg\alpha_3$	692.3	579.4	56.45	8.88	16.3

Погрешность построенной модели не превышает 15%. Таким образом, полученная нами модель даёт хорошее качественное описание диаграммы деформирования тканых композитов в условиях статического одноосного растяжения вплоть до разрушения. В результате построенной модели жесткость на первом и втором участках уменьшается с увеличением уровня повреждений, а на третьем возрастает, что соответствует результатам эксперимента.

Список литературы

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988, 270 с.
2. Васильев В.В. Композиционные материалы. М.: Машиностроение, 1990, 510 с.
3. Надаи А. Пластичность и разрушение твёрдых тел. Том 1. М.: Издательство иностранной литературы, 1954, 641 с.
4. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1965, 856 с.